Algebra e geometria

Studio di strutture e loro trasformazioni.

→ Insiemi dotati di operazioni.

→ Algebra lineare
- teoria degli spazi vettoriali
- risoluzione e studio dei sistemi lineari.

SISTEMA LINEARE DI m EQUAZIONI IN n INCOGNITE

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_n \end{cases}$$

a_{ij}, b_i scalari

x_i incognite

cercare $(\alpha_1 \dots \alpha_n)$ da sostituire a $(x_1 \dots x_n)$ in modo che tutte le equazioni (di I grado) siano soddisfatte.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x + y + z = 0 \\ x - z = 1 \end{cases}$$

3 equazioni di I grado in (x, y, z)

→ 1) I sistemi lineari sono quelli "facili" da risolvere.

2) Mediante sistemi lineari (MATRICI) si possono esprimere molti problemi "complessi".

→ le operazioni di un computer quantum o classico possono essere tutte descritte in termini di algebra lineare.

3) Geometria Euclidea.

↓

Geometria Analitica.

&	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

⊕	0	1
0	0	1
1	1	0

XOR

Teoria (ingenua) degli insiemi

Insieme: collezione di oggetti non ordinata
e senza ripetizioni.
È sempre possibile dire se un oggetto

$x \in X$

ed è anche sempre possibile dato un

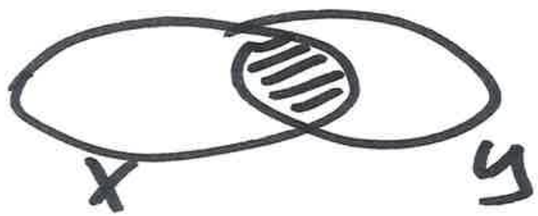
insieme X estrarre un oggetto specifico che vi appartiene $(\in)$

$$\{a,b,c\} = \{b,c,a\}$$

$$\{a,b,c\} = \{a,a,b,b,b,c\}.$$

Siano X, Y insiemi

definiamo $X \cap Y := \{x \in X \mid x \in Y\}$.



Si dice che un insieme Z è contenuto in X

$Z \subseteq X \iff \forall z \in Z \Rightarrow z \in X$

sottoinsieme — se e solamente se — per ogni — implica.

1) Si definiscono come connettivi logici

$\&$ AND $\qquad \vee$ OR $\qquad \neg$ NOT

Una proposizione che contiene connettivi logici è vera se essa è identicamente soddisfatta.

$\&$	0	1
0	0	0
1	0	1

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

$\neg$	
0	1
1	0

1 = VERO
0 = FALSO

Definiamo $a \Rightarrow b$ (implica) $:= (\neg a \vee b)$

$a \Leftrightarrow b$ (se e solo se) $:= (a \Rightarrow b) \& (b \Rightarrow a)$

$a \Rightarrow b$

significa "se si verifica a, allora si verifica anche b".

$\Rightarrow$	0	1
0	1	1
1	0	1

(a indexes the rows, b the columns)

$a = 0 \Rightarrow \neg a = 1$
- $b = 0 \Rightarrow \neg a \vee b = 1$
- $b = 1 \Rightarrow \neg a \vee b = 1$

$a = 1 \Rightarrow \neg a = 0$
- $\neg a \vee b = 0$ se $b = 0$
- $\neg a \vee b = 1$ se $b = 1$

$\neg a \vee b$	0	1
0	1	1
1	0	1

$\Leftrightarrow$	0	1
0	1	0
1	0	1

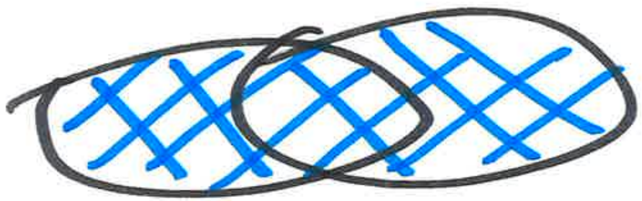
che si verifichi
a o si verifichi
b è la stessa
cosa.
a è equivalente a b

$X \cap Y \subseteq X$

$X \cap Y \subseteq Y$

$X \cup Y$ é l'insieme tale che

$z \in X \cup Y \iff z \in X \vee z \in Y$



coppia ordinata di elementi

$(a, b) \in X \times Y$

$(a,b) \neq (b,a)$ $\quad a \in X, b \in Y$ $\quad (a,a) \neq (b,b) \neq a$

$$(a, b) := \{a, \{a, b\}\}.$$

$\uparrow$

2 elementi: a , $\{a, b\}$.

$$(b, a) = \{b, \{a, b\}\}.$$

$$\{b, \{a, b\}\} = \{a, \{a, b\}\}$$

$$\Leftrightarrow a = b$$

$$\Leftrightarrow \quad (b, a) = (a, a) = (a, b)$$

$$X \times Y = \{(x, y) \mid x \in X, y \in Y\}.$$