



**Algebra Lineare e Geometria Analitica**

Secondo Appello - 13/02/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) In  $\mathbb{R}^4$  determini per quali valori del parametro reale  $k$  i sottospazi  $U_k = \{(x, y, z, t) : x + y - z = 0, x + ky = 0\}$  e  $W_k = \mathcal{L}((1, 1, -k, 0), (-k, 1, 1, 0))$  sono in somma diretta.

---

---

B) In  $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ , si calcoli la distanza delle rette  $x - y = z - y = 0$  e  $x + 2y = -2 = z$ .

---

---

C) Si determini una base dello spazio vettoriale  $V = \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} : f(-1) = f(i) = 0\}$  e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore  $x^2 + (i - 1)x - i$  rispetto a tale base.

---

---

D) Si calcoli per quali valori del parametro reale  $k$  la conica di  $\widetilde{\mathcal{A}}_2(\mathbb{R})$  di equazione  $\mathcal{C}_k : x^2 + y^2 - 4(k - 1)xy - 2y + 1 = 0$  è generale ed in tali casi se ne determini la natura.

---

---

E) Posti  $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -2 & k \\ 0 & -2 & 1 & 3 & -k \end{pmatrix}$  e  $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ k \end{pmatrix}$ , si determinino, se esistono, i valori del parametro reale  $k$  tali che il sistema  $A_k X = B_k$  sia compatibile.

---

---

F) In  $\mathbb{A}^3(\mathbb{C})$  si determini, se esiste, un punto reale della retta  $ix - y + 1 - 3i = 0 = y + iz - 1 - 2i$ .

---

---

G) Si dica per quali valori del parametro reale  $k$  il sottospazio  $V = \langle (2, 3, 0), (3, k + 1, k) \rangle \subseteq \mathbb{R}^3$  contiene almeno un autovettore della matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ .

---

---



**Algebra Lineare e Geometria Analitica**

Secondo Appello - 13/02/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) In  $\mathbb{R}^4$  determini per quali valori del parametro reale  $k$  i sottospazi  $U_k = \{(x, y, z, t) : x + y - t = 0, x - ky = 0\}$  e  $W_k = \mathcal{L}((1, 1, 0, k), (k, 1, 0, 1))$  sono in somma diretta.

---

---

B) In  $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ , si calcoli la distanza delle rette  $x - y = z - y = 0$  e  $x - 2y = -2 = z$ .

---

---

C) Si determini una base dello spazio vettoriale  $V = \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} : f(1) = f(i) = 0\}$  e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore  $x^2 - (1 + i)x + i$  rispetto a tale base.

---

---

D) Si determini per quali valori del parametro reale  $k \in \mathbb{R}$  la conica  $\mathcal{C}_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$  ha asintoti paralleli alla retta  $x - y = 5$ . Qual è (in tal caso) la direzione dell'eventuale altro asintoto?

---

---

E) Posti  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  e  $B_k = \begin{pmatrix} k \\ 1 \\ k^2 \end{pmatrix}$ , si determinino, se esistono, i valori del parametro reale  $k$  tali che il sistema  $AX = B_k$  sia compatibile.

---

---

F) In  $\mathbb{A}^3(\mathbb{C})$  si determini, se esiste, un punto reale della retta  $x + iy - i - 2 = 0 = y + z - 4$ .

---

---

G) Si dica per quali valori del parametro reale  $k$  il sottospazio  $V = \langle (0, 2, 2), (k, 2, 1) \rangle \subseteq \mathbb{R}^3$  contiene almeno un autovettore della matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ .

---

---



**Algebra Lineare e Geometria Analitica**

Secondo Appello - 13/02/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) In  $\mathbb{R}^4$  determini per quali valori del parametro reale  $k$  i sottospazi  $U_k = \{(x, y, z, t) : x - y + z = 0, x - kz = 0\}$  e  $W_k = \mathcal{L}((1, k, 1, 0), (k, 1, 1, 0))$  sono in somma diretta.

---

---

B) In  $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ , si calcoli la distanza delle rette  $x - y = z - y = 0$  e  $x - 2y = 1 = z$ .

---

---

C) Si determini una base dello spazio vettoriale  $V = \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} : f(-1) = f(-i) = 0\}$  e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore  $x^2 + (i + 1)x + i$  rispetto a tale base.

---

---

D) Si calcoli per quali valori del parametro reale  $k$  la conica di  $\widetilde{\mathcal{A}}_2(\mathbb{R})$  di equazione  $\mathcal{C}_k : x^2 - y^2 - 4(k - 1)xy - 2y + 1 = 0$  è generale ed in tali casi se ne determini la natura.

---

---

E) Posti  $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  e  $B_k = \begin{pmatrix} k^2 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}$ , si determinino, se esistono, i valori del parametro reale  $k$  tali che il sistema  $AX = B_k$  sia compatibile.

---

---

F) In  $\mathbb{A}^3(\mathbb{C})$  si determini, se esiste, un punto reale della retta  $ix - y + 2 - 3i = 0 = y + z - 3$ .

---

---

G) Si dica per quali valori del parametro reale  $k$  il sottospazio  $V = \langle (5, 4, 3), (3 + k, 2, 1 + k) \rangle \subseteq \mathbb{R}^3$  contiene almeno un autovettore della matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ .

---

---



**Algebra Lineare e Geometria Analitica**

Secondo Appello - 13/02/2024

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

Tutte le risposte devono essere riportate sul foglio e giustificate.

**Quesiti**

A) In  $\mathbb{R}^4$  determini per quali valori del parametro reale  $k$  i sottospazi  $U_k = \{(x, y, z, t) : x + y - z = 0, x - ky = 0\}$  e  $W_k = \mathcal{L}((1, 1, k, 0), (k, 1, 1, 0))$  sono in somma diretta.

---

---

B) In  $\mathbb{E}^3(\mathbb{R})$ , si calcoli la distanza delle rette  $x - y = z - y = 0$  e  $x + 2y = 1 = z$ .

---

---

C) Si determini una base dello spazio vettoriale  $V = \{f \in \mathbb{C}[x]_{\leq 3} : f(1) = f(-i) = 0\}$  e si scrivano, se possibile, le coordinate del vettore  $x^2 + (i - 1)x - i$  rispetto a tale base.

---

---

D) Si determini per quali valori del parametro reale  $k \in \mathbb{R}$  la conica  $\mathcal{C}_k : kx^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y + (k - 1) = 0$  ha un asintoto parallelo alla retta  $x - 2y = 1$ . Qual è (in tal caso) la direzione dell'eventuale altro asintoto?

---

---

E) Posti  $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & k & -2 \\ 1 & 1 & 1 & k+1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ k \end{pmatrix}$ , si determinino, se esistono, i valori del parametro reale  $k$  tali che il sistema  $A_k X = B_k$  sia compatibile.

---

---

F) In  $\mathbb{A}^3(\mathbb{C})$  si determini, se esiste, un punto reale della retta  $x - iy + 2i - 1 = 0 = iy - z - 2i + 3$ .

---

---

G) Si dica per quali valori del parametro reale  $k$  il sottospazio  $V = \langle (2, k, 2), (0, -1, k - 3) \rangle \subseteq \mathbb{R}^3$  contiene almeno un autovettore della matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ .

---

---