

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Algebra e Geometria - 3° appello - 17/04/2019

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

**ESERCIZIO 1.** In  $M_3(\mathbb{R})$  sia  $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & k-3 & 8 \\ k-10 & 2 & k-3 \end{pmatrix}$ ,  $k \in \mathbb{R}$ . Si determinino:

- gli autovalori di  $A_k$ ;

**Risposta**  $3, k-7, k+1$  \_\_\_\_\_ (pt.4)

- i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per i quali esiste un autospazio di  $A_k$  di dimensione 2.

**Risposta**  $k = 10$  \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 2.** Si considerino le matrici  $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k-2 & 2 \\ -2 & k-2 \end{pmatrix}$ ,  $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 2k-4 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , con  $k \in \mathbb{R}$ .

- Si studi, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , la compatibilità del sistema  $A_k X = B_k$ , precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.

**Risposta** Compatibile per  $k = 0, 4$ , soluzione unica \_\_\_\_\_ (pt.3)

- Interpretando  $x$  e  $y$  come coordinate in  $E_2(\mathbb{R})$  si dica qual è la mutua posizione delle tre rette  $r, s, t$  rappresentate ordinatamente dalle tre equazioni del sistema al variare del parametro reale  $k$ .

**Risposta** Se  $k = 0, 4$ : fascio proprio di rette; se  $k = 2$ :  $r$  parallela a  $t$ , incidenti entrambe  $s$ ; se  $k \neq 0, 2, 4$ : incidenti solo a due a due \_\_\_\_\_ (pt.5)

**ESERCIZIO 3.** In  $\tilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$  data la retta  $r : 2x + y - 3z - 2i = 0 = x - z$  si determini, se esiste, un punto reale appartenente a  $r$ . Qualora non esista, si giustifichi la risposta.

**Risposta**  $[(1, 1, 1, 0)]$  \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 4.** In  $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$  sia  $C_k : 2x^2 + 2(k+2)xy + (k+3)y^2 + 2y = 0$ , con  $k \in \mathbb{R}$ . Si determinino i valori di  $k$  per i quali:

- $C_k$  è riducibile;

**Risposta**  $\nexists k \in \mathbb{R}$  \_\_\_\_\_ (pt.2)

- la retta  $r : 3x + 3y + 1 = 0$  è un asse.

**Risposta**  $k = -1$  \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 5.** In  $\tilde{A}_3(\mathbb{C})$  si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico  $\mathcal{L}$  delle rette che proiettano i punti della conica  $\mathcal{C} : 2x^2 + 3z^2 + 2x + 4z = 0 = y$  dal punto  $V_\infty = [(2, 1, 0, 0)]$ .

**Risposta**  $2x^2 + 8y^2 + 3z^2 - 8xy + 2x - 4y + 4z = 0$  \_\_\_\_\_ (pt.3)

Si determini, se esiste, un piano  $\alpha$  tale che  $\alpha \cap \mathcal{L}$  sia una conica riducibile. Nel caso non sia possibile, si giustifichi la risposta.

**Risposta**  $x_4 = 0$  \_\_\_\_\_ (pt.2)

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Algebra e Geometria - 3° appello - 17/04/2019

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

**ESERCIZIO 1.** In  $M_3(\mathbb{R})$  sia  $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & k-4 & 8 \\ k-11 & 2 & k-4 \end{pmatrix}$ ,  $k \in \mathbb{R}$ . Si determinino:

- gli autovalori di  $A_k$ ;

**Risposta**  $3, k-8, k$  \_\_\_\_\_ (pt.4)

- i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per i quali esiste un autospazio di  $A_k$  di dimensione 2.

**Risposta**  $k = 11$  \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 2.** Si considerino le matrici  $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k-1 & 2 \\ -2 & k-1 \end{pmatrix}$ ,  $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 2k-2 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , con  $k \in \mathbb{R}$ .

- Si studi, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , la compatibilità del sistema  $A_k X = B_k$ , precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.

**Risposta** Compatibile per  $k = -1, 3$ , soluzione unica \_\_\_\_\_ (pt.3)

- Interpretando  $x$  e  $y$  come coordinate in  $E_2(\mathbb{R})$  si dica qual è la mutua posizione delle tre rette  $r, s, t$  rappresentate ordinatamente dalle tre equazioni del sistema al variare del parametro reale  $k$ .

**Risposta** Se  $k = -1, 3$ : fascio proprio di rette; se  $k = 1$ :  $r$  parallela a  $t$ , incidenti entrambe  $s$ ; se  $k \neq \pm 1, 3$ : incidenti solo a due a due \_\_\_\_\_ (pt.5)

**ESERCIZIO 3.** In  $\tilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$  data la retta  $r : x - y - 2z - 4i = 0 = 2x + z$  si determini, se esiste, un punto reale appartenente a  $r$ . Qualora non esista, si giustifichi la risposta.

**Risposta**  $[(1, 5, -2, 0)]$  \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 4.** In  $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$  sia  $C_k : 2x^2 + 2(k-2)xy + (k-1)y^2 + 2y = 0$ , con  $k \in \mathbb{R}$ . Si determinino i valori di  $k$  per i quali:

- $C_k$  è riducibile;

**Risposta**  $\nexists k \in \mathbb{R}$  \_\_\_\_\_ (pt.2)

- la retta  $r : 3x + 3y + 1 = 0$  è un asse.

**Risposta**  $k = 3$  \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 5.** In  $\tilde{A}_3(\mathbb{C})$  si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico  $\mathcal{L}$  delle rette che proiettano i punti della conica  $\mathcal{C} : 2x^2 + 3z^2 + 2x + 4z = 0 = y$  dal punto  $V_\infty = [(0, 1, 2, 0)]$ .

**Risposta**  $2x^2 + 12y^2 + 3z^2 - 12yz + 2x - 8y + 4z = 0$  \_\_\_\_\_ (pt.3)

Si determini, se esiste, un piano  $\alpha$  tale che  $\alpha \cap \mathcal{L}$  sia una conica riducibile. Nel caso non sia possibile, si giustifichi la risposta.

**Risposta**  $x_4 = 0$  \_\_\_\_\_ (pt.2)

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Algebra e Geometria - 3° appello - 17/04/2019

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

**ESERCIZIO 1.** In  $M_3(\mathbb{R})$  sia  $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & k+1 & 8 \\ k-6 & 2 & k+1 \end{pmatrix}$ ,  $k \in \mathbb{R}$ . Si determinino:

- gli autovalori di  $A_k$ ;

**Risposta**  $3, k-3, k+5$  \_\_\_\_\_ (pt.4)

- i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per i quali esiste un autospazio di  $A_k$  di dimensione 2.

**Risposta**  $k=6$  \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 2.** Si considerino le matrici  $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k+2 & 2 \\ -2 & k+2 \end{pmatrix}$ ,  $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 2k+4 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , con  $k \in \mathbb{R}$ .

- Si studi, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , la compatibilità del sistema  $A_k X = B_k$ , precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.

**Risposta** Compatibile per  $k = -4, 0$ , soluzione unica \_\_\_\_\_ (pt.3)

- Interpretando  $x$  e  $y$  come coordinate in  $E_2(\mathbb{R})$  si dica qual è la mutua posizione delle tre rette  $r, s, t$  rappresentate ordinatamente dalle tre equazioni del sistema al variare del parametro reale  $k$ .

**Risposta** Se  $k = -4, 0$ : fascio proprio di rette; se  $k = -2$ :  $r$  parallela a  $t$ , incidenti entrambe  $s$ ; se  $k \neq -4, -2, 0$ : incidenti solo a due a due \_\_\_\_\_ (pt.5)

**ESERCIZIO 3.** In  $\tilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$  data la retta  $r : x - 2y - z - 3i = 0 = x + 2z$  si determini, se esiste, un punto reale appartenente a  $r$ . Qualora non esista, si giustifichi la risposta.

**Risposta**  $[(-4, -3, 2, 0)]$  \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 4.** In  $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$  sia  $C_k : 2x^2 + 2(k-3)xy + (k-2)y^2 + 2y = 0$ , con  $k \in \mathbb{R}$ . Si determinino i valori di  $k$  per i quali:

- $C_k$  è riducibile;

**Risposta**  $\nexists k \in \mathbb{R}$  \_\_\_\_\_ (pt.2)

- la retta  $r : 3x + 3y + 1 = 0$  è un asse.

**Risposta**  $k=4$  \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 5.** In  $\tilde{A}_3(\mathbb{C})$  si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico  $\mathcal{L}$  delle rette che proiettano i punti della conica  $\mathcal{C} : 3x^2 + 2y^2 + 4x + 2y = 0 = z$  dal punto  $V_\infty = [(0, 2, 1, 0)]$ .

**Risposta**  $3x^2 + 2y^2 + 8z^2 - 8yz + 4x + 2y - 4z = 0$  \_\_\_\_\_ (pt.3)

Si determini, se esiste, un piano  $\alpha$  tale che  $\alpha \cap \mathcal{L}$  sia una conica riducibile. Nel caso non sia possibile, si giustifichi la risposta.

**Risposta**  $x_4 = 0$  \_\_\_\_\_ (pt.2)

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Algebra e Geometria - 3° appello - 17/04/2019

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

**ESERCIZIO 1.** In  $M_3(\mathbb{R})$  sia  $A_k = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & k & 8 \\ k-7 & 2 & k \end{pmatrix}$ ,  $k \in \mathbb{R}$ . Si determinino:

- gli autovalori di  $A_k$ ;

**Risposta**  $3, k-4, k+4$  \_\_\_\_\_ (pt.4)

- i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per i quali esiste un autospazio di  $A_k$  di dimensione 2.

**Risposta**  $k=7$  \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 2.** Si considerino le matrici  $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k-3 & 2 \\ -2 & k-3 \end{pmatrix}$ ,  $B_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 2k-6 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , con  $k \in \mathbb{R}$ .

- Si studi, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , la compatibilità del sistema  $A_k X = B_k$ , precisando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile.

**Risposta** Compatibile per  $k=1, 5$ , soluzione unica \_\_\_\_\_ (pt.3)

- Interpretando  $x$  e  $y$  come coordinate in  $E_2(\mathbb{R})$  si dica qual è la mutua posizione delle tre rette  $r, s, t$  rappresentate ordinatamente dalle tre equazioni del sistema al variare del parametro reale  $k$ .

**Risposta** Se  $k=1, 5$ : fascio proprio di rette; se  $k=3$ :  $r$  parallela a  $t$ , incidenti entrambe  $s$ ; se  $k \neq 1, 3, 5$ : incidenti solo a due a due \_\_\_\_\_ (pt.5)

**ESERCIZIO 3.** In  $\tilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$  data la retta  $r : x+2y-z+4i=0 = y+2z$  si determini, se esiste, un punto reale appartenente a  $r$ . Qualora non esista, si giustifichi la risposta.

**Risposta**  $[(5, -2, 1, 0)]$  \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 4.** In  $\tilde{E}_2(\mathbb{C})$  sia  $C_k : 2x^2 + 2(k+3)xy + (k+4)y^2 + 2y = 0$ , con  $k \in \mathbb{R}$ . Si determinino i valori di  $k$  per i quali:

- $C_k$  è riducibile;

**Risposta**  $\nexists k \in \mathbb{R}$  \_\_\_\_\_ (pt.2)

- la retta  $r : 3x+3y+1=0$  è un asse.

**Risposta**  $k=-2$  \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 5.** In  $\tilde{A}_3(\mathbb{C})$  si determini un'equazione cartesiana del luogo geometrico  $\mathcal{L}$  delle rette che proiettano i punti della conica  $\mathcal{C} : 3x^2 + 2y^2 + 4x + 2y = 0 = z$  dal punto  $V_\infty = [(2, 0, 1, 0)]$ .

**Risposta**  $3x^2 + 2y^2 + 12z^2 - 12xz + 4x + 2y - 8z = 0$  \_\_\_\_\_ (pt.3)

Si determini, se esiste, un piano  $\alpha$  tale che  $\alpha \cap \mathcal{L}$  sia una conica riducibile. Nel caso non sia possibile, si giustifichi la risposta.

**Risposta**  $x_4 = 0$  \_\_\_\_\_ (pt.2)