UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme $\mathcal{B}_k = ((1,0,k+1,1),(k-3,0,2,0),(k-2,0,5,1))$ è una base di un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.
Risposta $k \neq 2,3$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $\mathcal{B}_k = ((k-1,0,1),(k,0,k-1),((k-1)^2,k,0))$ è una base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ rispetto al prodotto scalare euclideo.
Risposta $k = 1$ **(pt.2A)**

Per tale valore di k si determinino le componenti di $v = (-17,4,-3)$ rispetto a $\mathcal{B}_k$.
Risposta $(-3,-17,4)$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ si determinino:

- se esiste, un autovettore di A appartenente a $U = \{(3x, 2z-x, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x,z \in \mathbb{R}\}$;

  Risposta $(0,2,1)$ **(pt.3A)**

- una matrice, diversa da A, avente lo stesso polinomio caratteristico.

  Risposta $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} k & 1 & 0 \\ 1-k & 0 & 2 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} k+1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq 1$; $k = 2 : \infty^1$ soluzioni; $k \neq 1,2$: soluzione unica **(pt.3A)**

- si considerino le prime due equazioni del sistema come una rappresentazione della retta r in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ e la terza equazione come una rappresentazione del piano α. Si interpreti geometricamente il sistema.

  Risposta $k=1$: r parallela ad α, non contenuta in esso; $k=2$: $r \subseteq \alpha$; $k \neq 1,2$: r incidente α **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente alla retta $x - iy + 2 + i = 0$.
Risposta $(-2,1)$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ (1+k)x^2 - 4y^2 - 2(4+k)x + 16 = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto proprio.
Risposta $k \neq -1,0,8$ **(pt.2G)**

Posto $k=-2$, si determini il coniugato di $P=(4,0)$ appartenente alla retta $r \ : \ x - y + 1 = 0$.
Risposta $(4/3, 7/3)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ x^2 + 2y^2 + z^2 + 2xy - 2yz + 2x + 2z = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cilindro ellittico; punti semplici parabolici **(pt.3G)**

Si determini una rappresentazione della conica impropria di $\mathcal{Q}$ esplicitando, nel caso essa sia riducibile, le rette componenti.
Risposta $x_1 + x_2 + i(x_2 - x_3) = 0 = x_4 \quad \cup \quad x_1 + x_2 - i(x_2 - x_3) = 0 = x_4$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme $\mathcal{B}_k = ((1,0,k+4,1),(k,0,2,0),(k+1,0,5,1))$ è una base di un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.
Risposta $k \neq -1, 0$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $\mathcal{B}_k = ((k-4,0,1),(k-3,0,k-4),((k-4)^2,k-3,0))$ è una base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ rispetto al prodotto scalare euclideo.
Risposta $k = 4$ **(pt.2A)**

Per tale valore di k si determinino le componenti di $v = (-2,8,-15)$ rispetto a $\mathcal{B}_k$.
Risposta $(-15,-2,8)$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ si determinino:

- se esiste, un autovettore di A appartenente a $U = \{(3x, -z-x, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x, z \in \mathbb{R}\}$;

  Risposta $(0,-1,1)$ **(pt.3A)**

- una matrice, diversa da A, avente lo stesso polinomio caratteristico.

  Risposta $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} k+2 & 1 & 0 \\ -1-k & 0 & 2 \\ 1 & 1 & k+2 \end{pmatrix}$, $\quad B_k = \begin{pmatrix} k+3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq -1$; $\ k = 0 : \infty^1$ soluzioni; $\ k \neq -1, 0$: soluzione unica **(pt.3A)**

- si considerino le prime due equazioni del sistema come una rappresentazione della retta r in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ e la terza equazione come una rappresentazione del piano α. Si interpreti geometricamente il sistema.

  Risposta $k = -1$: r parallela ad α, non contenuta in esso; $\ k = 0$: $r \subseteq \alpha$; $\ k \neq -1, 0$: r incidente α **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente alla retta $x - iy + 5 + 3i = 0$.
Risposta $(-5,3)$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ (3+k)x^2 - 4y^2 - 2(6+k)x + 16 = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto proprio.
Risposta $k \neq -3, -2, 6$ **(pt.2G)**

Posto $k = -4$, si determini il coniugato di $P = (4,0)$ appartenente alla retta $r \ : \ x - y + 2 = 0$.
Risposta $(4/3, 10/3)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ x^2 - 2y^2 - 3z^2 + 2xy + 6yz + 2x + 2y = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cilindro iperbolico; punti semplici parabolici **(pt.3G)**

Si determini una rappresentazione della conica impropria di $\mathcal{Q}$ esplicitando, nel caso essa sia riducibile, le rette componenti.
Risposta $x_1 + x_2 + \sqrt{3}(x_2 - x_3) = 0 = x_4 \quad \cup \quad x_1 + x_2 - \sqrt{3}(x_2 - x_3) = 0 = x_4$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme $\mathcal{B}_k = ((1,0,k-2,1),(k-6,0,2,0),(k-5,0,5,1))$ è una base di un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.
Risposta $k \neq 5, 6$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $\mathcal{B}_k = ((k,0,1),(k+1,0,k),(k^2,k+1,0))$ è una base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ rispetto al prodotto scalare euclideo.
Risposta $k = 0$ **(pt.2A)**

Per tale valore di k si determinino le componenti di $v = (3,-1,-7)$ rispetto a $\mathcal{B}_k$.
Risposta $(-7,3,-1)$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ si determinino:

- se esiste, un autovettore di A appartenente a $U = \{(3x, -3z-x, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x, z \in \mathbb{R}\}$;

  Risposta $(0,-3,1)$ **(pt.3A)**

- una matrice, diversa da A, avente lo stesso polinomio caratteristico.

  Risposta $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} k-2 & 1 & 0 \\ 3-k & 0 & 2 \\ 1 & 1 & k-2 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} k-1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq 3$; $k = 4 : \infty^1$ soluzioni; $k \neq 3, 4$: soluzione unica **(pt.3A)**

- si considerino le prime due equazioni del sistema come una rappresentazione della retta r in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ e la terza equazione come una rappresentazione del piano α. Si interpreti geometricamente il sistema.

  Risposta $k = 3$: r parallela ad α, non contenuta in esso; $k = 4$: $r \subseteq \alpha$; $k \neq 3, 4$: r incidente α **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente alla retta $x + iy - 4 + i = 0$.
Risposta $(4,-1)$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ (k-2)x^2 - 4y^2 - 2(1+k)x + 16 = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto proprio.
Risposta $k \neq 2, 3, 11$ **(pt.2G)**

Posto $k = 1$, si determini il coniugato di $P = (4,0)$ appartenente alla retta $r \ : \ x - y - 3 = 0$.
Risposta $(4/3, -5/3)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ x^2 + y^2 + 4z^2 + 2xy + 4xz + 4yz - 4z + 5 = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cilindro parabolico; punti semplici parabolici **(pt.3G)**

Si determini una rappresentazione della conica impropria di $\mathcal{Q}$ esplicitando, nel caso essa sia riducibile, le rette componenti.
Risposta $(x_1 + x_2 + 2x_3)^2 = 0 = x_4$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme $\mathcal{B}_k = ((1,0,k+6,1),(k+2,0,2,0),(k+3,0,5,1))$ è una base di un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.
Risposta $k \neq -3,-2$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $\mathcal{B}_k = ((k+2,0,1),(k+3,0,k+2),((k+2)^2,k+3,0))$ è una base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ rispetto al prodotto scalare euclideo.
Risposta $k = -2$ **(pt.2A)**

Per tale valore di k si determinino le componenti di $v = (-18,4,9)$ rispetto a $\mathcal{B}_k$.
Risposta $(9,-18,4)$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ si determinino:

- se esiste, un autovettore di A appartenente a $U = \{(3x, 4z-x, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x,z \in \mathbb{R}\}$;

  Risposta $(0,4,1)$ **(pt.3A)**

- una matrice, diversa da A, avente lo stesso polinomio caratteristico.

  Risposta $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} 2-k & 1 & 0 \\ k-1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2-k \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} 3-k \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq 1$; $k = 0 : \infty^1$ soluzioni; $k \neq 0,1$: soluzione unica **(pt.3A)**

- si considerino le prime due equazioni del sistema come una rappresentazione della retta r in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ e la terza equazione come una rappresentazione del piano α. Si interpreti geometricamente il sistema.

  Risposta $k = 1$: r parallela ad α, non contenuta in esso; $k = 0$: $r \subseteq \alpha$; $k \neq 0,1$: r incidente α **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente alla retta $3x - iy + 3 + 2i = 0$.
Risposta $(-1,2)$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ (2+k)x^2 - 4y^2 - 2(5+k)x + 16 = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto proprio.
Risposta $k \neq -2,-1,7$ **(pt.2G)**

Posto $k = -3$, si determini il coniugato di $P = (4,0)$ appartenente alla retta $r \ : \ x - y - 1 = 0$.
Risposta $(4/3, 1/3)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ 2x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2xz + 2y + 2z = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cilindro ellittico; punti semplici parabolici **(pt.3G)**

Si determini una rappresentazione della conica impropria di $\mathcal{Q}$ esplicitando, nel caso essa sia riducibile, le rette componenti.
Risposta $x_1 + x_2 + i(x_1 - x_3) = 0 = x_4 \quad \cup \quad x_1 + x_2 - i(x_1 - x_3) = 0 = x_4$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme $\mathcal{B}_k = ((1,0,k-3,1),(k-7,0,2,0),(k-6,0,5,1))$ è una base di un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.
Risposta $k \neq 6, 7$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $\mathcal{B}_k = ((k-2,0,1),(k-1,0,k-2),((k-2)^2,k-1,0))$ è una base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ rispetto al prodotto scalare euclideo.
Risposta $k = 2$ **(pt.2A)**

Per tale valore di k si determinino le componenti di $v = (3,-1,19)$ rispetto a $\mathcal{B}_k$.
Risposta $(19,3,-1)$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ si determinino:

- se esiste, un autovettore di A appartenente a $U = \{(3x, 3z-x, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x,z \in \mathbb{R}\}$;

  Risposta $(0,3,1)$ **(pt.3A)**

- una matrice, diversa da A, avente lo stesso polinomio caratteristico.

  Risposta $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} k+3 & 1 & 0 \\ -2-k & 0 & 2 \\ 1 & 1 & k+3 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} k+4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq -2$; $k = -1 : \infty^1$ soluzioni; $k \neq -2, -1$: soluzione unica **(pt.3A)**

- si considerino le prime due equazioni del sistema come una rappresentazione della retta r in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ e la terza equazione come una rappresentazione del piano α. Si interpreti geometricamente il sistema.

  Risposta $k = -2$: r parallela ad α, non contenuta in esso; $k = -1$: $r \subseteq \alpha$; $k \neq -2, -1$: r incidente α **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente alla retta $x + iy + 3 - 4i = 0$.
Risposta $(-3,4)$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ (k-3)x^2 - 4y^2 - 2kx + 16 = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto proprio.
Risposta $k \neq 3, 4, 12$ **(pt.2G)**

Posto $k = 2$, si determini il coniugato di $P = (4,0)$ appartenente alla retta $r \ : \ x - y - 2 = 0$.
Risposta $(4/3, -2/3)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ 2x^2 - y^2 + 3z^2 - 2xy - 6xz - 2x - 2y = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cilindro iperbolico; punti semplici parabolici **(pt.3G)**

Si determini una rappresentazione della conica impropria di $\mathcal{Q}$ esplicitando, nel caso essa sia riducibile, le rette componenti.
Risposta $x_1 + x_2 + \sqrt{3}(x_1 - x_3) = 0 = x_4 \quad \cup \quad x_1 + x_2 - \sqrt{3}(x_1 - x_3) = 0 = x_4$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme $\mathcal{B}_k = ((1, 0, k-1, 1), (k-5, 0, 2, 0), (k-4, 0, 5, 1))$ è una base di un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.
Risposta $k \neq 4, 5$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $\mathcal{B}_k = ((k-5, 0, 1), (k-4, 0, k-5), ((k-5)^2, k-4, 0))$ è una base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ rispetto al prodotto scalare euclideo.
Risposta $k = 5$ **(pt.2A)**

Per tale valore di k si determinino le componenti di $v = (4, -4, -19)$ rispetto a $\mathcal{B}_k$.
Risposta $(-19, 4, -4)$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ si determinino:

- se esiste, un autovettore di A appartenente a $U = \{(3x, -2z - x, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x, z \in \mathbb{R}\}$;

  Risposta $(0, -2, 1)$ **(pt.3A)**

- una matrice, diversa da A, avente lo stesso polinomio caratteristico.

  Risposta $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} k-3 & 1 & 0 \\ 4-k & 0 & 2 \\ 1 & 1 & k-3 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} k-2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq 4$; $k = 5 : \infty^1$ soluzioni; $k \neq 4, 5$: soluzione unica **(pt.3A)**

- si considerino le prime due equazioni del sistema come una rappresentazione della retta r in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ e la terza equazione come una rappresentazione del piano α. Si interpreti geometricamente il sistema.

  Risposta $k = 4$: r parallela ad α, non contenuta in esso; $k = 5$: $r \subseteq \alpha$; $k \neq 4, 5$: r incidente α **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente alla retta $x + iy - 1 - 8i = 0$.
Risposta $(1, 8)$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ (k-1)x^2 - 4y^2 - 2(2+k)x + 16 = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto proprio.
Risposta $k \neq 1, 2, 10$ **(pt.2G)**

Posto $k = 0$, si determini il coniugato di $P = (4, 0)$ appartenente alla retta $r \ : \ x - y + 5 = 0$.
Risposta $(4/3, 19/3)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ 4x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4xz + 2yz - 4x + 5 = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cilindro parabolico; punti semplici parabolici **(pt.3G)**

Si determini una rappresentazione della conica impropria di $\mathcal{Q}$ esplicitando, nel caso essa sia riducibile, le rette componenti.
Risposta $(2x_1 + x_2 + x_3)^2 = 0 = x_4$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme $\mathcal{B}_k = ((1,0,k+3,1),(k-1,0,2,0),(k,0,5,1))$ è una base di un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.
Risposta $k \neq 0,1$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $\mathcal{B}_k = ((k+1,0,1),(k+2,0,k+1),((k+1)^2,k+2,0))$ è una base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ rispetto al prodotto scalare euclideo.
Risposta $k = -1$ **(pt.2A)**

Per tale valore di k si determinino le componenti di $v = (-15,2,1)$ rispetto a $\mathcal{B}_k$.
Risposta $(1,-15,2)$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ si determinino:

- se esiste, un autovettore di A appartenente a $U = \{(3x, z-x, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x,z \in \mathbb{R}\}$;

  Risposta $(0,1,1)$ **(pt.3A)**

- una matrice, diversa da A, avente lo stesso polinomio caratteristico.

  Risposta $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} -k & 1 & 0 \\ 1+k & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -k \end{pmatrix}$, $\quad B_k = \begin{pmatrix} 1-k \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq -1$; $\ k=-2 : \infty^1$ soluzioni; $\ k \neq -1,-2$: soluzione unica **(pt.3A)**

- si considerino le prime due equazioni del sistema come una rappresentazione della retta r in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ e la terza equazione come una rappresentazione del piano α. Si interpreti geometricamente il sistema.

  Risposta $k=-1$: r parallela ad α, non contenuta in esso; $\ k=-2$: $r \subseteq \alpha$; $\ k \neq -1,-2$: r incidente α **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente alla retta $x - iy + 2 - 3i = 0$.
Risposta $(-2,-3)$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ (4+k)x^2 - 4y^2 - 2(7+k)x + 16 = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto proprio.
Risposta $k \neq -4,-3,5$ **(pt.2G)**

Posto $k=-5$, si determini il coniugato di $P=(4,0)$ appartenente alla retta $r \ : \ x - y - 4 = 0$.
Risposta $(4/3,-8/3)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ x^2 + 2y^2 + z^2 - 2xy + 2yz + 2x + 2z = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cilindro ellittico; punti semplici parabolici **(pt.3G)**

Si determini una rappresentazione della conica impropria di $\mathcal{Q}$ esplicitando, nel caso essa sia riducibile, le rette componenti.
Risposta $x_2 + x_3 + i(x_1 - x_2) = 0 = x_4 \quad \cup \quad x_2 + x_3 - i(x_1 - x_2) = 0 = x_4$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme $\mathcal{B}_k = ((1,0,k-4,1),(k-8,0,2,0),(k-7,0,5,1))$ è una base di un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.
Risposta $k \neq 7,8$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $\mathcal{B}_k = ((k+3,0,1),(k+4,0,k+3),((k+3)^2,k+4,0))$ è una base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ rispetto al prodotto scalare euclideo.
Risposta $k = -3$ **(pt.2A)**

Per tale valore di k si determinino le componenti di $v = (-3,7,9)$ rispetto a $\mathcal{B}_k$.
Risposta $(9,-3,7)$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ si determinino:

- se esiste, un autovettore di A appartenente a $U = \{(3x, 5z-x, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x,z \in \mathbb{R}\}$;

  Risposta $(0,5,1)$ **(pt.3A)**

- una matrice, diversa da A, avente lo stesso polinomio caratteristico.

  Risposta $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} k+1 & 1 & 0 \\ -k & 0 & 2 \\ 1 & 1 & k+1 \end{pmatrix}$, $B_k = \begin{pmatrix} k+2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq 0$; $k = 1 : \infty^1$ soluzioni; $k \neq 0,1$: soluzione unica **(pt.3A)**

- si considerino le prime due equazioni del sistema come una rappresentazione della retta r in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ e la terza equazione come una rappresentazione del piano α. Si interpreti geometricamente il sistema.

  Risposta $k = 0$: r parallela ad α, non contenuta in esso; $k = 1$: $r \subseteq \alpha$; $k \neq 0,1$: r incidente α **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente alla retta $x + iy - 5 + i = 0$.
Risposta $(5,-1)$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ kx^2 - 4y^2 - 2(3+k)x + 16 = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto proprio.
Risposta $k \neq 0,1,9$ **(pt.2G)**

Posto $k = -1$, si determini il coniugato di $P = (4,0)$ appartenente alla retta $r \ : \ x - y + 3 = 0$.
Risposta $(4/3, 13/3)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ 3x^2 + 2y^2 - z^2 - 6xy - 2yz - 2x + 2y = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cilindro iperbolico; punti semplici parabolici **(pt.3G)**

Si determini una rappresentazione della conica impropria di $\mathcal{Q}$ esplicitando, nel caso essa sia riducibile, le rette componenti.
Risposta $x_2 + x_3 + \sqrt{3}(x_1 - x_2) = 0 = x_4 \quad \cup \quad x_2 + x_3 - \sqrt{3}(x_1 - x_2) = 0 = x_4$ **(pt.2G)**

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1^o appello - 18/01/2018

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme $\mathcal{B}_k = ((1,0,k+2,1),(k-2,0,2,0),(k-1,0,5,1))$ è una base di un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.
Risposta $k \neq 1,2$ **(pt.3A)**

ESERCIZIO 2. In $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali $\mathcal{B}_k = ((k-3,0,1),(k-2,0,k-3),((k-3)^2,k-2,0))$ è una base ortogonale di $\mathbb{R}^3$ rispetto al prodotto scalare euclideo.
Risposta $k = 3$ **(pt.2A)**

Per tale valore di k si determinino le componenti di $v = (6,7,-1)$ rispetto a $\mathcal{B}_k$.
Risposta $(-1,6,7)$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 3. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ si determinino:

- se esiste, un autovettore di A appartenente a $U = \{(3x, -4z-x, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x,z \in \mathbb{R}\}$;

  Risposta $(0,-4,1)$ **(pt.3A)**

- una matrice, diversa da A, avente lo stesso polinomio caratteristico.

  Risposta $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ **(pt.2A)**

ESERCIZIO 4. Si considerino le matrici $A_k = \begin{pmatrix} k-1 & 1 & 0 \\ 2-k & 0 & 2 \\ 1 & 1 & k-1 \end{pmatrix}$, $\quad B_k = \begin{pmatrix} k \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$.

- Si studi, al variare di k, la compatibilità del sistema $A_k X = B_k$, indicando il numero di soluzioni nei casi in cui il sistema risulta compatibile;

  Risposta Compatibile per $k \neq 2$; $\ k = 3 : \infty^1$ soluzioni; $\ k \neq 2,3$: soluzione unica **(pt.3A)**

- si considerino le prime due equazioni del sistema come una rappresentazione della retta r in $\widetilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{R})$ e la terza equazione come una rappresentazione del piano α. Si interpreti geometricamente il sistema.

  Risposta $k = 2$: r parallela ad α, non contenuta in esso; $\ k = 3$: $r \subseteq \alpha$; $\ k \neq 2,3$: r incidente α **(pt.3G)**

ESERCIZIO 5. In $\widetilde{\mathbb{A}}_2(\mathbb{C})$ si determini, se esiste, un punto reale appartenente alla retta $x - iy - 3 - 2i = 0$.
Risposta $(3,-2)$ **(pt.2G)**

ESERCIZIO 6. In $\widetilde{E}_2(\mathbb{C})$, data la conica $\mathcal{C}_k \ : \ (5+k)x^2 - 4y^2 - 2(8+k)x + 16 = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, si determinino i valori di k per i quali $\mathcal{C}_k$ è generale e ha come centro un punto proprio.
Risposta $k \neq -5,-4,4$ **(pt.2G)**

Posto $k = -6$, si determini il coniugato di $P = (4,0)$ appartenente alla retta $r \ : \ x - y + 4 = 0$.
Risposta $(4/3, 16/3)$ **(pt.3G)**

ESERCIZIO 7. In $\widetilde{E}_3(\mathbb{C})$ si riconosca la quadrica $\mathcal{Q} \ : \ x^2 + 4y^2 + z^2 + 4xy + 2xz + 4yz - 4y + 5 = 0$, stabilendo la natura dei suoi punti semplici.
Risposta Cilindro parabolico; punti semplici parabolici **(pt.3G)**

Si determini una rappresentazione della conica impropria di $\mathcal{Q}$ esplicitando, nel caso essa sia riducibile, le rette componenti.
Risposta $(x_1 + 2x_2 + x_3)^2 = 0 = x_4$ **(pt.2G)**