

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Algebra e Geometria - 1° test - 04/11/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

## Giustificare le risposte.

**ESERCIZIO 1.** Si consideri la matrice  $A_k = \begin{pmatrix} k & k-2 & -2 \\ -k+2 & -k+4 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ , dove  $k$  è un parametro reale. Si determinino:

- gli autovalori della matrice  $A_k$ ;

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.5)

- i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per cui la matrice risulta diagonalizzabile e quelli per i quali risulta ortogonalmente diagonalizzabile.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.6)

**ESERCIZIO 2.** Determinare la base  $B'$  tale che  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , sia la matrice del cambiamento di base da  $B = ((1, -1, 2), (0, 2, 3), (1, 0, 0))$  a  $B'$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 3.** In  $M_2(\mathbb{C})$  si determini, se possibile, un complemento diretto di dimensione 2 del sottospazio generato dall'insieme  $A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 4.** In  $\mathbb{R}^3$  si determinino le componenti del vettore  $v = (0, -1, 3)$  nella base  $B = ((1, 0, -4), (0, -1, 3), (4, 5, 6))$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

**ESERCIZIO 5.** Determinare, se possibile, una base ortonormale di  $\mathbb{R}^3$  che diagonalizza  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

**ESERCIZIO 6.** Si considerino  $U$  e  $V$  due sottospazi di  $M_7(\mathbb{R})$ . Si supponga che  $U$  abbia dimensione 30 e  $V$  abbia dimensione 20. Determinare la minima dimensione possibile e la massima dimensione possibile per il sottospazio  $U \cap V$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 7.** Determinare se possibile l'inversa delle matrici  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 8.** In  $M_2(\mathbb{R})$  si scrivano, se possibile, una sequenza di generatori composta da 3 vettori e una sequenza libera composta da 3 vettori.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1° test - 04/11/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

## Giustificare le risposte.

**ESERCIZIO 1.** Si considerino le matrici  $A_h = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2h & h-1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2h & h-1 \end{pmatrix}$ ,  $B_h = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ h+1 \\ h \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ , con  $h \in \mathbb{R}$ .

- Si discuta, al variare di  $h \in \mathbb{R}$ , la compatibilità del sistema  $A_h X = B_h$ , precisando il numero di soluzioni qualora il sistema sia compatibile.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.5)

- Nei casi in cui il sistema risulti compatibile si determinino esplicitamente le soluzioni.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.6)

**ESERCIZIO 2.** Determinare la base  $B'$  tale che  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , sia la matrice del cambiamento di base da  $B = ((1, 1, 1), (2, 0, 0), (3, 0, 1))$  a  $B'$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 3.** In  $M_2(\mathbb{C})$  si determini, se possibile, un complemento diretto di dimensione 2 del sottospazio generato dall'insieme  $A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 4.** In  $\mathbb{R}^3$  si determinino le componenti del vettore  $v = (1, 3, -1)$  nella base  $B = ((1, 3, -1), (1, 0, -4), (4, 0, 6))$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

**ESERCIZIO 5.** Si considerino  $U$  e  $V$  due sottospazi di  $M_7(\mathbb{R})$ . Si supponga che  $U$  abbia dimensione 19 e  $V$  abbia dimensione 40. Determinare la minima dimensione possibile e la massima dimensione possibile per il sottospazio  $U \cap V$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 6.** Si determini l'autovalore  $\lambda$  relativo al vettore  $v = (2, -2, 1)$  della matrice  $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 6 & 6 & -4 \end{pmatrix}$  e il relativo autospazio.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.5)

**ESERCIZIO 7.** In  $M_2(\mathbb{R})$  si scrivano, se possibile, una sequenza di generatori composta da 3 vettori e una sequenza libera composta da 3 vettori.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Algebra e Geometria - 1° test - 04/11/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

## Giustificare le risposte.

**ESERCIZIO 1.** Si consideri la matrice  $A_k = \begin{pmatrix} k & k-3 & -2 \\ -k+3 & -k+6 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ , dove  $k$  è un parametro reale. Si determinino:

- gli autovalori della matrice  $A_k$ ;

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.5)

- i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per cui la matrice risulta diagonalizzabile e quelli per i quali risulta ortogonalmente diagonalizzabile.

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.6)

**ESERCIZIO 2.** Determinare la base  $B'$  tale che  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , sia la matrice del cambiamento di base da  $B = ((1, 2, 3), (1, 0, 0), (1, 0, 1))$  a  $B'$ .

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 3.** In  $M_2(\mathbb{C})$  si determini, se possibile, un complemento diretto di dimensione 2 del sottospazio generato dall'insieme  $A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ .

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 4.** In  $\mathbb{R}^3$  si determinino le componenti del vettore  $v = (0, 2, 3)$  nella base  $B = ((0, 2, 3), (0, 0, 1), (1, 0, 2))$ .

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.2)

**ESERCIZIO 5.** Determinare, se possibile, una base ortonormale di  $\mathbb{R}^3$  che diagonalizza  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.2)

**ESERCIZIO 6.** Si considerino  $U$  e  $V$  due sottospazi di  $M_7(\mathbb{R})$ . Si supponga che  $U$  abbia dimensione 23 e  $V$  abbia dimensione 31. Determinare la minima dimensione possibile e la massima dimensione possibile per il sottospazio  $U \cap V$ .

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 7.** Determinare se possibile l'inversa delle matrici  $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ .

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 8.** In  $M_2(\mathbb{R})$  si scrivano, se possibile, una sequenza di generatori composta da 3 vettori e una sequenza libera composta da 3 vettori.

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.2)

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1° test - 04/11/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

## Giustificare le risposte.

**ESERCIZIO 1.** Si considerino le matrici  $A_h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & h & h+1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & h & h+1 \end{pmatrix}$ ,  $B_h = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ h+1 \\ h \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ , con  $h \in \mathbb{R}$ .

- Si discuta, al variare di  $h \in \mathbb{R}$ , la compatibilità del sistema  $A_h X = B_h$ , precisando il numero di soluzioni qualora il sistema sia compatibile.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.5)

- Nei casi in cui il sistema risulti compatibile si determinino esplicitamente le soluzioni.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.6)

**ESERCIZIO 2.** Determinare la base  $B'$  tale che  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , sia la matrice del cambiamento di base da  $B = ((1, -1, 2), (0, 2, 3), (1, 0, 0))$  a  $B'$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 3.** In  $M_2(\mathbb{C})$  si determini, se possibile, un complemento diretto di dimensione 2 del sottospazio generato dall'insieme  $A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 4.** In  $\mathbb{R}^3$  si determinino le componenti del vettore  $v = (0, -1, 3)$  nella base  $B = ((1, 0, -4), (0, -1, 3), (4, 5, 6))$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

**ESERCIZIO 5.** Si considerino  $U$  e  $V$  due sottospazi di  $M_7(\mathbb{R})$ . Si supponga che  $U$  abbia dimensione 28 e  $V$  abbia dimensione 33. Determinare la minima dimensione possibile e la massima dimensione possibile per il sottospazio  $U \cap V$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 6.** Si determini l'autovalore  $\lambda$  relativo al vettore  $v = (-1, 0, 3)$  della matrice  $A = \begin{pmatrix} 10 & -6 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -24 & 24 & -4 \end{pmatrix}$  e il relativo autospazio.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.5)

**ESERCIZIO 7.** In  $M_2(\mathbb{R})$  si scrivano, se possibile, una sequenza di generatori composta da 3 vettori e una sequenza libera composta da 3 vettori.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Algebra e Geometria - 1° test - 04/11/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

## Giustificare le risposte.

**ESERCIZIO 1.** Si consideri la matrice  $A_k = \begin{pmatrix} k & k+2 & -5 \\ -k-2 & -k-4 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ , dove  $k$  è un parametro reale. Si determinino:

- gli autovalori della matrice  $A_k$ ;

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.5)

- i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per cui la matrice risulta diagonalizzabile e quelli per i quali risulta ortogonalmente diagonalizzabile.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.6)

**ESERCIZIO 2.** Determinare la base  $B'$  tale che  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ , sia la matrice del cambiamento di base da  $B = ((1, 0, 1), (-1, 2, 0), (2, 3, 0))$  a  $B'$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 3.** In  $M_2(\mathbb{C})$  si determini, se possibile, un complemento diretto di dimensione 2 del sottospazio generato dall'insieme  $A = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 4.** In  $\mathbb{R}^3$  si determinino le componenti del vettore  $v = (0, 2, -1)$  nella base  $B = ((0, 2, -1), (2, 0, 3), (-1, 0, 2))$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

**ESERCIZIO 5.** Determinare, se possibile, una base ortonormale di  $\mathbb{R}^3$  che diagonalizza  $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

**ESERCIZIO 6.** Si considerino  $U$  e  $V$  due sottospazi di  $M_7(\mathbb{R})$ . Si supponga che  $U$  abbia dimensione 32 e  $V$  abbia dimensione 27. Determinare la minima dimensione possibile e la massima dimensione possibile per il sottospazio  $U \cap V$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 7.** Determinare se possibile l'inversa delle matrici  $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 8.** In  $M_2(\mathbb{R})$  si scrivano, se possibile, una sequenza di generatori composta da 3 vettori e una sequenza libera composta da 3 vettori.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1° test - 04/11/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

## Giustificare le risposte.

**ESERCIZIO 1.** Si considerino le matrici  $A_h = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ h+1 & 0 & 3h \\ 2 & 1 & 1 \\ h+1 & 0 & 3h \end{pmatrix}$ ,  $B_h = \begin{pmatrix} h \\ h+1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ , con  $h \in \mathbb{R}$ .

- Si discuta, al variare di  $h \in \mathbb{R}$ , la compatibilità del sistema  $A_h X = B_h$ , precisando il numero di soluzioni qualora il sistema sia compatibile.

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.5)

- Nei casi in cui il sistema risulti compatibile si determinino esplicitamente le soluzioni.

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.6)

**ESERCIZIO 2.** Determinare la base  $B'$  tale che  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , sia la matrice del cambiamento di base da  $B = ((1, 2, 3), (1, 0, 0), (1, 0, 1))$  a  $B'$ .

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 3.** In  $M_2(\mathbb{C})$  si determini, se possibile, un complemento diretto di dimensione 2 del sottospazio generato dall'insieme  $A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ .

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 4.** In  $\mathbb{R}^3$  si determinino le componenti del vettore  $v = (0, 2, 3)$  nella base  $B = ((1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 2, 3))$ .

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.2)

**ESERCIZIO 5.** Si considerino  $U$  e  $V$  due sottospazi di  $M_7(\mathbb{R})$ . Si supponga che  $U$  abbia dimensione 25 e  $V$  abbia dimensione 25. Determinare la minima dimensione possibile e la massima dimensione possibile per il sottospazio  $U \cap V$ .

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 6.** Si determini l'autovalore  $\lambda$  relativo al vettore  $v = (1, 2, 1)$  della matrice  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$  e il relativo autospazio.

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.5)

**ESERCIZIO 7.** In  $M_2(\mathbb{R})$  si scrivano, se possibile, una sequenza di generatori composta da 3 vettori e una sequenza libera composta da 3 vettori.

**Risposta** \_\_\_\_\_ (pt.2)

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Algebra e Geometria - 1° test - 04/11/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

## Giustificare le risposte.

**ESERCIZIO 1.** Si consideri la matrice  $A_k = \begin{pmatrix} k & k+3 & -5 \\ -k-3 & -k-6 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ , dove  $k$  è un parametro reale. Si determinino:

- gli autovalori della matrice  $A_k$ ;

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.5)

- i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per cui la matrice risulta diagonalizzabile e quelli per i quali risulta ortogonalmente diagonalizzabile.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.6)

**ESERCIZIO 2.** Determinare la base  $B'$  tale che  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , sia la matrice del cambiamento di base da  $B = ((1, 1, 1), (2, 0, 0), (3, 0, 1))$  a  $B'$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 3.** In  $M_2(\mathbb{C})$  si determini, se possibile, un complemento diretto di dimensione 2 del sottospazio generato dall'insieme  $A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 4.** In  $\mathbb{R}^3$  si determinino le componenti del vettore  $v = (1, 3, -1)$  nella base  $B = ((1, 0, -4), (4, 0, 6), (1, 3, -1))$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

**ESERCIZIO 5.** Determinare, se possibile, una base ortonormale di  $\mathbb{R}^3$  che diagonalizza  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

**ESERCIZIO 6.** Si considerino  $U$  e  $V$  due sottospazi di  $M_7(\mathbb{R})$ . Si supponga che  $U$  abbia dimensione 21 e  $V$  abbia dimensione 36. Determinare la minima dimensione possibile e la massima dimensione possibile per il sottospazio  $U \cap V$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 7.** Determinare se possibile l'inversa delle matrici  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 8.** In  $M_2(\mathbb{R})$  si scrivano, se possibile, una sequenza di generatori composta da 3 vettori e una sequenza libera composta da 3 vettori.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra e Geometria - 1° test - 04/11/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

## Giustificare le risposte.

**ESERCIZIO 1.** Si considerino le matrici  $A_h = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ h-3 & -h & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ h-3 & -h & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B_h = \begin{pmatrix} -h \\ 0 \\ 1 \\ h+1 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ , con  $h \in \mathbb{R}$ .

- Si discuta, al variare di  $h \in \mathbb{R}$ , la compatibilità del sistema  $A_h X = B_h$ , precisando il numero di soluzioni qualora il sistema sia compatibile.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.5)

- Nei casi in cui il sistema risulti compatibile si determinino esplicitamente le soluzioni.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.6)

**ESERCIZIO 2.** Determinare la base  $B'$  tale che  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ , sia la matrice del cambiamento di base da  $B = ((1, 0, 1), (-1, 2, 0), (2, 3, 0))$  a  $B'$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 3.** In  $M_2(\mathbb{C})$  si determini, se possibile, un complemento diretto di dimensione 2 del sottospazio generato dall'insieme  $A = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 4.** In  $\mathbb{R}^3$  si determinino le componenti del vettore  $v = (0, 2, -1)$  nella base  $B = ((2, 0, 3), (0, 2, -1), (-1, 0, 2))$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

**ESERCIZIO 5.** Si considerino  $U$  e  $V$  due sottospazi di  $M_7(\mathbb{R})$ . Si supponga che  $U$  abbia dimensione 29 e  $V$  abbia dimensione 26. Determinare la minima dimensione possibile e la massima dimensione possibile per il sottospazio  $U \cap V$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 6.** Si determini l'autovalore  $\lambda$  relativo al vettore  $v = (-1, 2, 3)$  della matrice  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  e il relativo autospazio.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.5)

**ESERCIZIO 7.** In  $M_2(\mathbb{R})$  si scrivano, se possibile, una sequenza di generatori composta da 3 vettori e una sequenza libera composta da 3 vettori.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Algebra e Geometria - 1° test - 04/11/2016

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

## Giustificare le risposte.

**ESERCIZIO 1.** Si consideri la matrice  $A_k = \begin{pmatrix} k & k+4 & -2 \\ -k-4 & -k-8 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ , dove  $k$  è un parametro reale. Si determinino:

- gli autovalori della matrice  $A_k$ ;

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.5)

- i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per cui la matrice risulta diagonalizzabile e quelli per i quali risulta ortogonalmente diagonalizzabile.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.6)

**ESERCIZIO 2.** Determinare la base  $B'$  tale che  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , sia la matrice del cambiamento di base da  $B = ((3, 2, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 1))$  a  $B'$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.4)

**ESERCIZIO 3.** In  $M_2(\mathbb{C})$  si determini, se possibile, un complemento diretto di dimensione 2 del sottospazio generato dall'insieme  $A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ a & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 4.** In  $\mathbb{R}^3$  si determinino le componenti del vettore  $v = (-1, 2, -3)$  nella base  $B = ((1, 0, -4), (-1, 2, -3), (2, 0, -3))$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

**ESERCIZIO 5.** Determinare, se possibile, una base ortonormale di  $\mathbb{R}^3$  che diagonalizza  $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)

**ESERCIZIO 6.** Si considerino  $U$  e  $V$  due sottospazi di  $M_7(\mathbb{R})$ . Si supponga che  $U$  abbia dimensione 12 e  $V$  abbia dimensione 39. Determinare la minima dimensione possibile e la massima dimensione possibile per il sottospazio  $U \cap V$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 7.** Determinare se possibile l'inversa delle matrici  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ .

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.3)

**ESERCIZIO 8.** In  $M_2(\mathbb{R})$  si scrivano, se possibile, una sequenza di generatori composta da 3 vettori e una sequenza libera composta da 3 vettori.

Risposta \_\_\_\_\_ (pt.2)