# UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Algebra e Geometria - $2^o$ test intermedio - 21/12/2015

| COGNOME | NOME |
|---|---|
| CORSO DI LAUREA | MATRICOLA |

**ESERCIZIO 1.** In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ si determini al variare di $k$ in $\mathbb{R}$ la posizione reciproca dei piani:
$\alpha_k : kx + (k-2)y = k-2$, $\beta_k : 2x + (k-2)y + z = k-2$ e $\gamma_k : kx + y = 1$
**Risposta** Se $k \neq 0, 3$ i tre piani appartengono ad una stella propria. Se $k = 0 \vee k = 3$ $\alpha = \gamma$ incidenti $\beta$ **(pt.4)**

**ESERCIZIO 2.** In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ è data la conica $C : x^2 + y^2 + 2x + 4y = 0$. Si scriva l'equazione della tangente a $C$ nel suo punto di massima distanza dall'origine.
**Risposta** $t : x + 2y + 10 = 0$ **(pt.4)**

**ESERCIZIO 3.** In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ è data la conica $C : 4x^2 - 3y^2 + 2xy + 1 = 0$. Si determini il luogo geometrico dei punti $P$ del piano le cui polari, rispetto a $C$, hanno distanza 1 dal centro di $C$.
**Risposta** $L : 17x^2 + 10y^2 + 2xy - 1 = 0$ **(pt.4)**

**ESERCIZIO 4.** In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$:

- si determini un'equazione cartesiana della superficie $Q$ descritta dalla retta $r : x - 1 = 0 = y$ nella rotazione di asse $a : x - 1 = 0 = y + z$;
  **Risposta** $Q : x^2 - 2x + 2yz + 1 = 0$ **(pt.4)**
- si riconosca la superficie $Q$ ottenuta e si determini la natura dei suoi punti semplici;
  **Risposta** $Q$ è un cono di vertice $V = (1, 0, 0)$ e quindi è a punti parabolici **(pt.2)**
- si riconoscano le sezioni di $Q$ ottenute con i piani $\alpha : z = 0$ e $\beta : y = 1$, precisando, nel caso in cui la sezione sia riducibile, le rette componenti.
  **Risposta** La sezione con $\alpha$ è riducibile in $z = 0 = x - 1$ contata due volte. La sezione con $\beta$ è una parabola. **(pt.2)**

**ESERCIZIO 5.** In $\mathbb{A}_3(\mathbb{C})$ si determini una base dello spazio di traslazione del piano $\alpha : x + 2y - z = 1$.
**Risposta** B=((1,0,1),(0,1,2)) **(pt.3)**

**ESERCIZIO 6.** In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si determini per quali $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathbb{C}_k : kx^2 + y^2 + (2k+4)x - 1 = 0$ è un'iperbole equilatera.
**Risposta** $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.3)**

**ESERCIZIO 7.** In $\tilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini una rappresentazione reale di una retta reale, se esiste, appartenente al piano $\alpha : x - iy + z - 2 = 0$.
**Risposta** $x + z - 2 = 0 = y$ **(pt.3)**

**ESERCIZIO 8.** In $\tilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini una rappresentazione cartesiana della retta passante per
$P_\infty : [(1, 1, 0, 0)]$ e $Q_\infty : [(1, -13, 0, 0)]$.
**Risposta** $x_3 = 0 = x_4$ **(pt.3)**

# UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Algebra e Geometria - $2^o$ test intermedio - 21/12/2015

| COGNOME | NOME |
|---|---|
| CORSO DI LAUREA | MATRICOLA |

**ESERCIZIO 1.** In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ si determini al variare di $k$ in $\mathbb{R}$ la posizione reciproca dei piani:
$\alpha_k : y + kz = 1$, $\beta_k : (k-2)y + kz = k-2$ e $\gamma_k : x + (k-2)y + 2z = k-2$
**Risposta** Se $k \neq 0, 3$ i tre piani appartengono ad una stella propria. Se $k = 0 \vee k = 3$ $\alpha = \beta$ incidenti $\gamma$ **(pt.4)**

**ESERCIZIO 2.** In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ è data la conica $C : x^2 + y^2 - 6x - 2y = 0$. Si scriva l'equazione della tangente a $C$ nel suo punto di massima distanza dall'origine.
**Risposta** $t : 3x + y - 20 = 0$ **(pt.4)**

**ESERCIZIO 3.** In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ è data la conica $C : y^2 - 4xy - 6 = 0$. Si determini il luogo geometrico dei punti $P$ del piano le cui polari, rispetto a $C$, hanno distanza 3 dal centro di $C$.
**Risposta** $L : 4x^2 + 5y^2 - 4xy - 4 = 0$ **(pt.4)**

**ESERCIZIO 4.** In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$:

- si determini un'equazione cartesiana della superficie $Q$ descritta dalla retta $r : y = 0 = z - 1$ nella rotazione di asse $a : x - y = 0 = z - 2$;
  **Risposta** $Q : z^2 - 4z - 2xy + 3 = 0$ **(pt.4)**
- si riconosca la superficie $Q$ ottenuta e si determini la natura dei suoi punti semplici;
  **Risposta** $Q$ è un iperboloide iperbolico **(pt.2)**
- si riconoscano le sezioni di $Q$ ottenute con i piani $\alpha : x = 0$ e $\beta : x + y = 0$, precisando, nel caso in cui la sezione sia riducibile, le rette componenti.
  **Risposta** La sezione con $\alpha$ è riducibile in $x = 0 = z - 3$ e $x = 0 = z - 1$. La sezione con $\beta$ è un'ellisse. **(pt.2)**

**ESERCIZIO 5.** In $\mathbb{A}_3(\mathbb{C})$ si determini una base dello spazio di traslazione del piano $\alpha : 3x - y + 2z = 4$.
**Risposta** B=((1,3,0),(0,2,1)) **(pt.3)**

**ESERCIZIO 6.** In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si determini per quali $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathbb{C}_k : x^2 + (1-k)y^2 + 2(k-1)y - 1 = 0$ è un'iperbole equilatera.
**Risposta** $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.3)**

**ESERCIZIO 7.** In $\tilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini una rappresentazione reale di una retta reale, se esiste, appartenente al piano $\alpha : 2x + (1+i)z + 3 = 0$.
**Risposta** $2x + 3 = 0 = z$ **(pt.3)**

**ESERCIZIO 8.** In $\tilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini una rappresentazione cartesiana della retta passante per
$P_\infty : [(3, 0, 2, 0)]$ e $Q_\infty : [(-7, 0, 8, 0)]$.
**Risposta** $x_2 = 0 = x_4$ **(pt.3)**

# UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Algebra e Geometria - 2$^o$ test intermedio - 21/12/2015

| COGNOME | NOME |
|---|---|
| CORSO DI LAUREA | MATRICOLA |

**ESERCIZIO 1.** In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ si determini al variare di $k$ in $\mathbb{R}$ la posizione reciproca dei piani:
$\alpha_k : (k-2)x + 2y + z = k-2$, $\beta_k : x + ky = 1$ e $\gamma_k : (k-2)x + ky = k-2$
**Risposta** Se $k \neq 0, 3$ i tre piani appartengono ad una stella propria. Se $k = 0 \vee k = 3$ $\beta = \gamma$ incidenti $\alpha$ ______ **(pt.4)**

**ESERCIZIO 2.** In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ è data la conica $C : x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$. Si scriva l'equazione della tangente a $C$ nel suo punto di massima distanza dall'origine.
**Risposta** $t : 2x - y + 10 = 0$ ______ **(pt.4)**

**ESERCIZIO 3.** In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ è data la conica $C : x^2 + 6xy + 2 = 0$. Si determini il luogo geometrico dei punti $P$ del piano le cui polari, rispetto a $C$, hanno distanza 2 dal centro di $C$.
**Risposta** $L : 10x^2 + 9y^2 + 6xy - 1 = 0$ ______ **(pt.4)**

**ESERCIZIO 4.** In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$:

- si determini un'equazione cartesiana della superficie $Q$ descritta dalla retta $r : y - 1 = 0 = z$ nella rotazione di asse $a : x - z = 0 = y - 1$;
  **Risposta** $Q : y^2 - 2y - 2xz + 1 = 0$ ______ **(pt.4)**
- si riconosca la superficie $Q$ ottenuta e si determini la natura dei suoi punti semplici;
  **Risposta** $Q$ è un cono di vertice $V = (0, 1, 0)$ e quindi è a punti parabolici ______ **(pt.2)**
- si riconoscano le sezioni di $Q$ ottenute con i piani $\alpha : x = 0$ e $\beta : x - 2z = 1$, precisando, nel caso in cui la sezione sia riducibile, le rette componenti.
  **Risposta** La sezione con $\alpha$ è riducibile in $x = 0 = y - 1$ contata due volte. La sezione con $\beta$ è un'iperbole. ______ **(pt.2)**

**ESERCIZIO 5.** In $\mathbb{A}_3(\mathbb{C})$ si determini una base dello spazio di traslazione del piano $\alpha : 5x - 2y + z = 2$.
**Risposta** B=((1,0,-5),(0,1,2)) ______ **(pt.3)**

**ESERCIZIO 6.** In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si determini per quali $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathbb{C}_k : x^2 + (k-1)y^2 + 2xy + (2k-4)y - 2 = 0$ è un'iperbole equilatera.
**Risposta** $\nexists k \in \mathbb{R}$ ______ **(pt.3)**

**ESERCIZIO 7.** In $\tilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini una rappresentazione reale di una retta reale, se esiste, appartenente al piano $\alpha : (3-i)x + y - z = 0$.
**Risposta** $y - z = 0 = x$ ______ **(pt.3)**

**ESERCIZIO 8.** In $\tilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini una rappresentazione cartesiana della retta passante per
$P_\infty : [(0, 1, 2, 0)]$ e $Q_\infty : [(0, -2, 1, 0)]$.
**Risposta** $x_1 = 0 = x_4$ ______ **(pt.3)**

# UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Algebra e Geometria - $2^o$ test intermedio - 21/12/2015

| COGNOME | NOME |
|---|---|
| CORSO DI LAUREA | MATRICOLA |

**ESERCIZIO 1.** In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$ si determini al variare di $k$ in $\mathbb{R}$ la posizione reciproca dei piani:
$\alpha_k : kx + (k-2)z = k-2$, $\beta_k : kx + z = 1$ e $\gamma_k : 2x + y + (k-2)z = k-2$
**Risposta** Se $k \neq 0, 3$ i tre piani appartengono ad una stella propria. Se $k = 0 \vee k = 3$ $\alpha = \beta$ incidenti $\gamma$ **(pt.4)**

**ESERCIZIO 2.** In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ è data la conica $C : x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$. Si scriva l'equazione della tangente a $C$ nel suo punto di massima distanza dall'origine.
**Risposta** $t : 2x - 3y - 26 = 0$ **(pt.4)**

**ESERCIZIO 3.** In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ è data la conica $C : 2x^2 + 5y^2 - 2xy + 2 = 0$. Si determini il luogo geometrico dei punti $P$ del piano le cui polari, rispetto a $C$, hanno distanza 1 dal centro di $C$.
**Risposta** $L : 5x^2 + 26y^2 - 14xy - 4 = 0$ **(pt.4)**

**ESERCIZIO 4.** In $\mathbb{E}_3(\mathbb{R})$:

- si determini un'equazione cartesiana della superficie $Q$ descritta dalla retta $r : x + 2 = 0 = z$ nella rotazione di asse $a : x - 1 = 0 = y - z$;
  **Risposta** $Q : x^2 - 2x - 2yz - 8 = 0$ **(pt.4)**
- si riconosca la superficie $Q$ ottenuta e si determini la natura dei suoi punti semplici;
  **Risposta** $Q$ e' un iperboloide iperbolico **(pt.2)**
- si riconoscano le sezioni di $Q$ ottenute con i piani $\alpha : y = 0$ e $\beta : y = 1$, precisando, nel caso in cui la sezione sia riducibile, le rette componenti.
  **Risposta** La sezione con $\alpha$ e' riducibile in $y = 0 = x - 4$ e $y = 0 = x + 2$. La sezione con $\beta$ e' una parabola. **(pt.2)**

**ESERCIZIO 5.** In $\mathbb{A}_3(\mathbb{C})$ si determini una base dello spazio di traslazione del piano $\alpha : x + y - 4z = 0$.
**Risposta** B=((1,-1,0),(0,4,1) **(pt.3)**

**ESERCIZIO 6.** In $\tilde{\mathbb{E}}_2(\mathbb{C})$ si determini per quali $k \in \mathbb{R}$ la conica $\mathbb{C}_k : (1-k)x^2 + y^2 + (2k-2)x - 1 = 0$ è un'iperbole equilatera.
**Risposta** $\nexists k \in \mathbb{R}$ **(pt.3)**

**ESERCIZIO 7.** In $\tilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini una rappresentazione reale di una retta reale, se esiste, appartenente al piano $\alpha : 4x - y + iz + 2 = 0$.
**Risposta** $4x - y + 2 = 0 = z$ **(pt.3)**

**ESERCIZIO 8.** In $\tilde{\mathbb{A}}_3(\mathbb{C})$ si determini una rappresentazione cartesiana della retta passante per
$P_\infty : [(5, 0, -3, 0)]$ e $Q_\infty : [(1, 0, 6, 0)]$.
**Risposta** $x_2 = 0 = x_4$ **(pt.3)**