Programma del corso di Geometria e Algebra

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (corso A)

Luca Giuzzi

Anno accademico 2006–07 Politecnico di Bari

1 OBIETTIVI DEL CORSO

Fra gli obiettivi del corso vi sono

- → Conoscere e saper identificare le strutture algebriche di gruppo, campo e spazio vettoriale.
- → Conoscere le proprietà fondamentali degli spazi vettoriali, delle applicazioni lineari e raper rappresentare una applicazione lineare mediante matrici.
- \rightarrow Saper discutere e risolvere sistemi di n equazioni lineari in m incognite su di un campo arbitrario.
- → Saper trattare in forma algebrica alcuni problemi di natura geometrica e, al contrario, essere in grado di fornire una interpretazione geometrica per problemi algebrici.
- → Conoscere le nozioni di spazio affine e spazio euclideo in dimensione arbitraria (con particolare attenzione ai casi di dimensione 2 e 3).

\sim

2 TESTI CONSIGLIATI

I seguenti sono i testi consigliati per il corso:

- 1. A. Cavicchioli, F. Spaggiari, *Primo modulo di Geometria*, Pitagora Editrice (Bologna);
- 2. E. Sernesi, Geometria 1, Seconda edizione, Bollati Boringhieri (2000);
- 3. S. Lipschutz, M. Lipson, Algebra lineare, collana Shaum's, (114), Terza Edizione, McGraw-Hill;
- 4. V. Abatangelo, B. Larato, A. Terrusi, Complementi ed esercizi di Algebra, Laterza.

3 PROGRAMMA DETTAGLIATO

► Insiemi, relazioni e funzioni

- 1. La nozione di insieme; unione, intersezione, differenza e prodotto cartesiano di insiemi.
- 2. La nozione di relazione; proprietà riflessiva, simmetrica, antisimmetrica e transitiva; relazioni d'ordine e di equivalenza; classi di equivalenza e insieme quoziente.
- 3. Relazioni funzionali e funzioni; funzioni iniettive, suriettive e biettive; composizione di funzioni; inversa destra e sinistra di una funzione.

⊳ Operazioni su di un insieme

- 1. Operazioni binarie su di un insieme; elemento neutro e inverso per una operazione binaria; la proprietà associativa e quella commutativa.
- 2. Gruppi; esempi di gruppi commutativi e non commutativi; unicità dell'elemento neutro di un gruppo; sottogruppi.
- 3. Campi, sottocampi e relativi esempi.

⊳ Spazi vettoriali

- 1. Definizione; esempi di spazi vettoriali; sottospazi vettoriali.
- 2. Operazioni fra sottospazi vettoriali: somma e intersezione.
- 3. Chiusura lineare di un insieme; span di un insieme finito; insiemi di generatori per uno spazio vettoriale; lineare dipendenza e indipendenza.
- 4. Base di uno spazio vettoriale; teorema della base; teorema di completamento della base; dimensione di uno spazio vettoriale e teorema della dimensione; formula di Grassman.
- 5. Basi ordinate; rappresentazione di un vettore rispetto una base ordinata fissata.
- 6. Applicazioni lineari; immagine e nucleo.

► MATRICI E APPLICAZIONI LINEARI

- 1. Definizione; operazioni fra matrici: matrice trasposta; somma e prodotto di matrici; proprietà del prodotto di matrici.
- 2. Determinante di una matrice quadrata; teorema di Laplace; proprietà dei determinanti; teorema di Binet
- 3. Rango di una matrice; teorema di Kronecker; teorema degli orlati.
- 4. Rango di una applicazione lineare; rappresentazione di una applicazione lineare mediante matrici; preimmagine di un vettore secondo una applicazione lineare; formula del cambiamento di base.
- 5. Equazione caratteristica di una matrice; autovalori, autovettori e autospazi; proprietà degli autospazi; molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore.
- 6. Relazione di similitudine fra matrici; diagonalizzabilità.

► EQUAZIONI E SISTEMI LINEARI

- 1. Equazioni lineari;
- 2. Sistemi di equazioni lineari; sistemi equivalenti.
- Teorema di Rouché-Capelli; sistemi di Cramer e loro risoluzione; risoluzione di sistemi non equivalenti ad un sistema di Cramer.
- 4. Discussione di sistemi lineari con parametro.

► SPAZI AFFINI

- 1. Definizione; supporto e giacitura; sottospazi affini.
- 2. Dipendenza e indipendenza di un insieme di punti; dimensione affine.
- 3. Riferimenti affini e coordinate; equazioni parametriche e analitiche di un sottospazio affine.
- 4. Parallelismo.
- 5. Rappresentazione e posizione reciproca di due rette nel piano e nello spazio; parametri direttori e coseni direttori; fasci propri e impropri di rette nel piano; parametri direttori.
- 6. Rappresentazione e posizione reciproca di due piani nello spazio; fasci propri e impropri di piani nello spazio.
- 7. Condizione di collinearità di 3 punti nel piano e condizione di complanarità di 4 punti nello spazio.
- 8. Cambiamenti di riferimento affine e affinità; equivalenza affine.

⊳ Spazi euclidei

- Forme bilineari; forme bilineari simmetriche e rappresentazione di una forma bilineare mediante matrici.
- 2. Prodotto scalare, disuguaglianza di Schwartz; proiezione ortogonale di un vettore su di un altro; insiemi ortogonali e teorema di Gram-Schmidt.
- 3. La nozione di distanza; disuguaglianza triangolare e distanza euclidea.
- 4. Riferimenti affini cartesiani; formula della distanza fra due punti in un riferimento arbitrario e in un riferimento cartesiano; distanza punto/retta nel piano e nello spazio; distanza punto/piano nello spazio; distanza fra due rette sghembe e retta di minima distanza.
- 5. Punto medio e asse di un segmento; piano assiale di un segmento nello spazio; la circonferenza e la sfera.
- 6. Prodotto vettoriale; direzione normale ad un piano nello spazio.
- 7. Il gruppo ortogonale; inversa di una ortogonalità.
- 8. Isometrie nel piano: rotazioni traslazioni e riflessioni nel piano euclideo; il gruppo speciale ortogonale SO(2).

▶ PIANI PROIETTIVI

1. Il piano proiettivo reale; proprietà elementari; rappresentazione dei punti affini.