

PROVA DI RECUPERO DI GEOMETRIA E ALGEBRA

LAUREA ING. _____ — 20 Dicembre 2006 — Traccia I

COGNOME _____ NOME _____

1. Si studi il rango della seguente matrice reale al variare del parametro k :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & k & 2 & 0 \\ 0 & 1 & k-1 & 1 \\ k & 1 & 0 & -k \\ 0 & 0 & k & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Siano assegnati i due sottoinsiemi di \mathbf{R}^4

$$\mathcal{H} = \{(x + y - z, y - z, z, 0) \mid x, y, z \in \mathbf{R}\},$$

$$\mathcal{K} = L((3, 3, 0, 0), (2, 3, 1, 0), (1, 7, 5, -1)).$$

- a. Si dimostri che \mathcal{H} è un sottospazio vettoriale di \mathbf{R}^4 e se ne determini una base.
b. Si calcoli la dimensione e una base di $\mathcal{K} \cap \mathcal{H}$.

PROVA DI RECUPERO DI GEOMETRIA E ALGEBRA

LAUREA ING. _____ — 20 Dicembre 2006 — Traccia II

COGNOME _____ NOME _____

1. Si studi il rango della seguente matrice reale al variare del parametro k :

$$A = \begin{pmatrix} k-1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & k-1 & 1 \\ -k & 0 & k-1 & 1 \\ 1 & k & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Siano assegnati i due sottospazi di \mathbf{R}^4

$$\mathcal{H} = L((1, 3, 1, 0), (1, 1, 0, 1), (2, 4, 1, 1));$$

$$\mathcal{K} = L((0, 2, 1, -1), (2, 0, -1, 3), (4, 2, -1, 5)).$$

- Si determini una base per \mathcal{H} o per \mathcal{K} ;
- Si completi una base di $\mathcal{H} \cap \mathcal{K}$ a base di \mathbf{R}^4 .